

BETA 1/96

Implisitt korrelasjon i valutamarkedet 39

Implisitt korrelasjon i valutamarkedet

ESPEN GAARDER HAUG



Gode estimater på samvariasjon mellom finansielle instrumenter er av avgjørende betydning for vurdering av porteføljerisiko og inngåelse av ulike handelsstrategier. Vi vil her se hvordan man ved hjelp av sammenhengen mellom opsjoner i ulike valutaer kan beregne implisitte korrelasjoner. Implisitt korrelasjonen kan ses på som markeds beste estimat av fremtidig korrelasjon. Vi finner at implisitt korrelasjon i perioden oktober 1990 til desember 1994 var et bedre estimat på fremtidig korrelasjon enn historisk korrelasjon.

Espen Gaarder Haug, Tempus Financial Engineering, Kongevei 65, 1430 Ås.

1 Innledning*

Korrelasjonen mellom to finansielle instrumenter inngår som en sentral variabel ved beregning av porteføljerisiko, hedge ratios, eller ved konstruksjon av ulike trading strategier. Ved inngåelse av trading strategier eller vurdering av porteføljerisiko vil fremtidige korrelasjonen og volatilitet inngå som viktige variabler. En mulighet er å bruke historisk korrelasjon som estimat for fremtidig korrelasjon. Korrelasjonen mellom to finansielle variable varierer imidlertid ofte kraftig over tid, noe som medfører at historisk korrelasjon ofte er et relativt dårlig estimat på fremtidig korrelasjon.

En parallel til estimering av fremtidig korrelasjon er estimering av fremtidig volatilitet. Empiriske studier har vist at implisitt volatilitet er et bedre estimat på fremtidig volatilitet enn historisk (Beckers (1983), Latane og Rendleman (1976) og Xu og Taylor (1995)). Implisitt volatilitet beregnes ved å ta opsjonsprisen som gitt, for deretter å løse med hensyn på volatilheten. I et likvidt opsjonsmarked vil opsjonsprisen være en likevektspris mellom tilbud og etterspørsel. Den implisitte volatiliteten kan således ses på som markeds beste estimat på fremtidig volatilitet. Ved hjelp av sammenheng mellom ulike volatiliteter/priser i opsjoner hvor

det finnes naturlige sammenhenger mellom minst tre aktiver kan man på en tilsvarende måte beregne implisitte korrelasjoner¹. Implisitt korrelasjon vil i notsetning til historisk korrelasjon kunne få et opp informasjon om hvilke forventninger markedsaktørene har til fremtidig korrelasjon. Det er derfor grunn til å tro at implisitt korrelasjon (beregnet med bakgrunn i likvide opsjoner) vil være et bedre estimat på fremtidig korrelasjon enn historisk korrelasjon.

2 Estimering

En valutakurs vi kunne utledes av to andre valutakurser ved å dividere eller multiplisere de to kurserne med hverandre. For eksempel vil kursen på DEM/SEK kunne beregnes ved å dividere USD/SEK med USD/DEM. Med bakgrunn i dette vil det også eksistere en sammenheng mellom volatitetene til de tre valutaene. Den implisitte volatiliteten i DEM/SEK (målt ved standardavviket til den naturlige logaritmen til de prosentvis kurssendringene) vil være en funksjon av den implisitte volatiliteten til USD/SEK og USD/DEM samt kovariansen mellom de to valutaene. Rent formelt har vi følgende sammenheng:

$$\sigma_{DEM/SEK} = \sqrt{\frac{1}{2} \sigma_{USD/SEK}^2 + \sigma_{USD/DEM}^2 - 2\rho_{DEM/SEK}\sigma_{USD/SEK}\sigma_{USD/DEM}}$$

hvor

$\sigma_{DEM/SEK}$: volatilitet i DEM/SEK kurser.

$\sigma_{USD/SEK}$: volatilitet i USD/SEK kurser.

$\sigma_{USD/DEM}$: volatilitet i USD/DEM kurser.

$\rho_{DEM/SEK}$: korrelasjonen mellom de prosentvis endringene i USD/DEM og USD/SEK.

Denne sammenhengen mellom volatiliteter og kovariasjon ble først påpekt av Margrabe (1977). Margrabe viser hvordat man kan verdslette en opsjon som gir rett til å bytte et underliggende instrument mot et annet. Enhver valutaopsjon kan ses på som retten til å bytte et underliggende aktivum mot et annet.

I praksis vil den implisitte volatiliteten til DEM/SEK, USD/SEK og USD/DEM være gitt i markedet. Derved kan implisitt korrelasjon mellom USD/DEM og USD/SEK beregnes ved å ta de implisitte volatilitetene som gjett for deretter å løse ovennevnte uttrykk med hensyn på korrelasjon. Dette gir:

$$\rho_{\text{DEM/SEK}} = \frac{\sigma_{\text{USD/SEK}}^2 + \sigma_{\text{USD/DEM}}^2 - \sigma_{\text{DEM/SEK}}^2}{2\sigma_{\text{USD/SEK}}\sigma_{\text{USD/DEM}}}$$

Med bakgrunn i denne formelen og implisitte volatiliteter fra opsjoner med ulik løpetid kan vi med enkelhet beregne implisitte korrelasjoner for ulike løptider.

EKSEMPEL

Tirsdag 20. desember 1994 kl 14.30 ble følgende implisitte volatiliteter kvotert i markedet for USD/DEM, USD/SEK og DEM/SEK opsjoner

Løpetid	USD/DEM	USD/SEK	DEM/SEK
1m	7.8-8.1	8.9-9.7	7.8-8.6
2m	8.9-9.2	10.0-10.8	8.1-8.9
3m	9.7-10.0	10.8-11.6	8.2-9.0
6m	10.3-10.6	11.0-11.8	8.2-9.0
12m	11.0-11.3	11.2-12.0	8.2-9.0

Med bakgrunn i uttrykket for implisitt korrelasjon gir dette følgende implisitt korrelasjonskoeffisienter for USD/DEM mot USD/SEK:

1m	0.57-0.55
2m	0.64-0.61
3m	0.68-0.66
6m	0.71-0.68
12m	0.73-0.70

Med bakgrunn i de implisitte korrelasjonskoeffisientene ser vi at markedet forventer en relativt sterk og positiv samvariasjon mellom USD/DEM og USD/SEK. Markedet forventer

videre at korrelasjonen over kommende 12 måneders periode vil øke noe over tid. Forventninger om stigende korrelasjon er et resultat av at den implisitte volatiliteten til USD/DEM opsjoner og USD/SEK opsjoner stiger relativt kraftig med hensyn på opsjonens løpetid, mens den implisitte volatiliteten til DEM/SEK opsjoner er relativt stabil med hensyn på løpetid.

3 Empiri

Vi ønsker å teste hvorvidt implisitt korrelasjon er et bedre estimat på fremtidig korrelasjon enn et rent historisk korrelasjonsestimat. Studien tar for seg perioden oktober 1990 til desember 1994. Vi har valgt å ta for oss korrelasjonen mellom USD/DEM og USD/JPY. Siden korrelasjonskoeffisienten er avledet fra implisitte volatiliteter kan en test av denne på mange måter oppfattes som en vurdering av samlingen av implisitte volatiliteter.

De implisitte korrelasjonene beregnes med bakgrunn i implisitt volatilitet fra opsjoner at-the-money-forward² i USD/DEM, USD/JPY, og DEM/JPY. Med bakgrunn i daglige noteringer for valutaopsjoner med en måned og seks måneder til forfall beregnes tilhørende en og seks måneders implisitt korrelasjon. En måneds implisitt korrelasjon sammenlignes med realisert korrelasjon over kommende måned. Tilsvarende sammenlignes seks måneders implisitt korrelasjon med realisert korrelasjon over kommende seks måneders periode. Dette gir oss i alt 996 en og seks måneders implisitte korrelasjons estimatorer.

Prisen på valutaopsjoner i OTC markedet oppgis som oftest direkte i form av implisitt volatilitet. Kvotering av priser direkte gjennom implisitt volatilitet medfører at vi unngår feilberegnning av «ekte» implisitte volatiliteter, med tanke på ikke-simultan observering av opsjonspris og pris på det underliggende instrument.

Markedet for OTC valutaopsjoner er et av de få markedene hvor opsjonspriser kvoteres direkte i form av implisitt volatilitet. Dette er mulig fordi det eksisterer en standard der alle aktører i interbankmarkedet benytter samme opsjonsprismodel, Garman og Kohlhagens (1983) modifiserte Black og Scholes (1973) modell for valutaopsjoner. (Dette utelukker naturligvis ikke at aktører kan benytte andre opsjonspris-

BETA 1/96

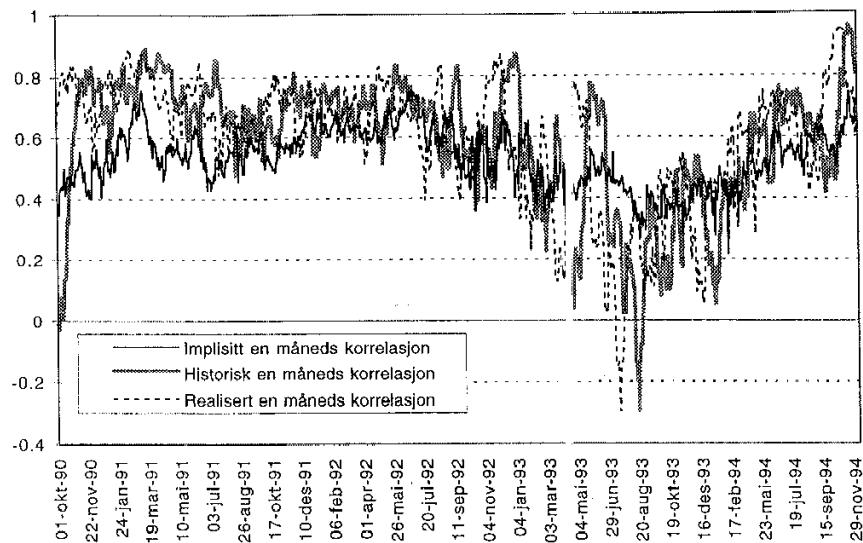
Implisitt korrelasjon i valutamarkedet 41

modeller til analyse av hedging osv). Nesten alle opsjoner som omsettes i OTC valuta-opsjonsmarkedet er av europeisk type.

Den historiske korrelasjonen, korrelasjonen

mellan den naturlige logaritmen til de prosentvis endringer i de to valutaene, er beregnet med bakgrunn i daglige historiske valutakurser i USD/DEM og USD/JPY.

Korrelasjon mellom USD/DEM og USD/JPY Oktober 1990 til desember 1994



Figur 1

Figur 1 viser implisitt, historisk og realisert en måneds korrelasjon over den aktuelle perioden. For å besvare hvorvidt implisitt korrelasjon er et bedre estimat på fremtidig korrelasjon enn historisk beregnes minste kvadratrots avvik, delta, i relative termer (prosent). Test for signifikansnivå gjøres ved F-test. Minste kvadratrots avvik i prosent er definert ved:

$$\delta = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \left(\frac{\text{Realisert korrelasjon} - \text{korrelasjons estimat}}{\text{korrelasjons estimat}} \right)^2}$$

Historisk en måneders korrelasjon gir en δ på 1.0353, og historisk seks måneders korrelasjon gir en δ på 0.5024. Implisitt en og seks måneders korrelasjon gir minste kvadratrots avvik på 0.1563 og 0.0716. Forskjellen mellom historisk og implisitt korrelasjon i predikeringsevne målt

ved minste kvadratrots avvik ser således ut til å være betydelig. Med bakgrunn i dette ser implisitt korrelasjon ut til å være en bedre estimator for fremtidig korrelasjon. For å ta hensyn til variasjon i predikeringsevne velger vi å kjøre en F-test. Spesielt ønsker vi å teste følgende nullhypotese:

H_0 : Prediksionsfeilene for historisk korrelasjon, p_h , er ikke større enn prediksionsfeilene til implisitt korrelasjon, p_i .

Vi benytter variasjonen i prediksionsfeilene, ϵ , relativt til fremtidig korrelasjon som mål på prediksionsfeilene:

$$\sigma_k^2 = \text{Var}[\text{Estimator}_k - \text{Fremtidig korrelasjon}], k \in \{h,i\}$$

Vi velger en ensidig F-test med signifikansnivå

.05. Kritisk verdi med bakgrunn i valgt signifikansnivå og $n-1 = 996 - 1 = 995$ frihetsg ader er 1.1100. For historiske en måneders korrelasjon får vi en varians på 0.1095, og implisitt en måneders korrelasjon gir en varians på 0.0096 som leder til en F verdi på:

$$F = \frac{0.1095}{0.0096} = 11.4091$$

Den historiske seks måneders korrelasjonen gir en varians på 0.0348, og seks måneder implisitt korrelasjon gir en varians på 0.0226, som leder til en F verdi lik:

$$F = \frac{0.0348}{0.0226} = 1.5383$$

som begge overstiger kritisk verdi. Med bakgrunn i F -testen kan vi forkaste null hypotesen på .05 nivået. Vi kan med dette være relativt sikre på at implisitt korrelasjon normalt vil være et bedre estimat på fremtidig korrelasjon enn historisk korrelasjon. Tabell I oppsummerer de statistiske resultatene.

Det er også interessant å merke seg at standardavviket til den implisitte korrelasjonen er langt lavere enn for historisk korrelasjon med samme løpetid. Dette kommer også tydelig fram av figur 1, hvor den implisitte korrelasjonen varierer langt mindre enn den historiske

korrelasjonen. Det kan således se ut som markedsaktørene har innebygd forventninger om en viss grad av mean reverting i korrelasjonen. I perioder der korrelasjonen er svært høy er det sannsynlig at den vil avta over tid, og i perioder med svært lav korrelasjon er det sannsynlig at korrelasjonen vil øke over tid.

4 Oppsummering og implikasjoner

Ved hjelpe av opsjonspriser og sammenhengen mellom volatiliteter i ulike valutaer har vi vist hvordan vi kan beregne implisite korrelasjonskoeffisienter. I likvile opsjonsmarkeder vil tilbud og etterspørsel medføre at implisitte korrelasjoner vil gjenspeile all kjent, kursrelevant informasjon. Implisitt korrelasjon kan med dette ses på som markedets beste estimat for fremtidig korrelasjon. Vi finner at implisitt korrelasjon historisk sett har vært et bedre estimat for fremtidig korrelasjon, enn historisk korrelasjon. Informasjonsverdien fra et implisitt korrelasjons estimat forutsetter imidlertid en viss likviditet (grad av effisjens) i de aktuelle opsjonsmarkedene.

Med tanke på de skandinaviske markedene eksisterer det relativt likvile markeder for SEK/USD, SEK/DEM og DKK/USD, DKK/

Tabell I. Statistikk for historisk og implisitt korrelasjon mellom USD/DEM og USD/JPY, oktober 1990 til desember 1994.

	Historisk 1 måned	Implisitt 1 måned	Historisk 6 måneder	Implisitt 6 måneder
Panel A: Beskrivende statistikk				
Antall observasjoner	996	996	996	996
Gjenomsnitt	0.5843	0.5315	0.5453	0.5406
Minimum	-0.2958	0.2160	0.1476	0.3510
Maksimum	0.9578	0.7555	0.7675	0.6956
Standard avvik	0.2136	0.0967	0.1652	0.0609
Minste kvadratrot avvik	1.0353	0.1563	0.5024	0.0716
Panel B: Test statistikk				
Variasjon i prediksjons feil	0.1095	0.0096	0.0348	0.0226
F-verdi		11.4091		1.5383

BETA 1/96

Implisitt korrelasjon i valutamarkedet 43

DEM. Implisitt korrelasjon i disse markedene bør derfor kunne være av interesse. Det lyktes imidlertid ikke å få tak i en pålitelig datakjilde over implisitt volatilitet i disse valutaene. For opsjoner med tilknytning til NOK er likviditeten relativt liten. Informasjonsverdien fra implisitt korrelasjon mellom for eksempel USD/NOK og USD/DEM kan derved forventes å være lav, noe videre empiriske studier vil kunne avklare.

Ved styring av en portefølje med eksponering i flere valutaer vil totalrisikoen i porteføljen være avhengig av fremtidig volatilitet i det enkelte instrument og samvariasjonen mellom valutaene. Implisitt korrelasjon vil her kunne være et alternativ til historisk korrelasjon som estimat for fremtidig korrelasjon.

Implisitte korrelasjoner kan videre være en viktig parameter ved inngåelsen av handlestrategier i valuta opsjoner. Ved kjøp og salg av opsjoner i ulike valutaer kan man konstruere strategier hvis kontantstrøm hovedsakelig varierer med endringer i korrelasjonen mellom ulike valutaer.

Taylor, J. og Xu, X., 1995: «Conditional volatility and the informational efficiency of the PHLX currency options market», *Journal of Banking and Finance*, 19:5
Tompkins, R., 1994: Options Explained, Macmillian Press Ltd. s. 337-3 9

NOTER

- * Jeg vil rette en takk til Jørgen Haug og en anonym referee for verdifulle kommentarer til tidligere utkast til artikkelen.
- 1. Implisitt korrelasjon har i lengre tid vært brukt aktivt blant mange aktører i opsjonsmarkedet. I fagliteraturen har det vært fokusert lite på dette temaet. Den eneste omtale jeg har funnet rundt implisitt korrelasjon er i Tompkins, R., (1994), side 337-339.
- 2. I denne studien benyttes implisitte mid market volatiliter (snitt mellom kjøps og salgs volatilitet) fra Chase Manhattan Bank intern database. Databasen består av mid market implisitte volatiliter fra reelle handlepriiser, med daglige noteringer.

REFERANSER

- Beckers, S., 1981: «Standard Deviations Implied in Option Prices as Predictors of Futures Stock Price Variability», *Journal of Banking and Finance*, 5, s. 63-81
- Black, F., og M. Scholes, 1973: «The Pricing of Options and Corporate Liabilities», *Journal of Political Economy*, 81, s. 637-654
- Garmann, M., og S. W. Kohlhagen, 1983: «Foreign Currency Option Values», *Journal of International Money and Finance*, 2, s. 231-237
- Margrabe, W., 1977: «The Value of an Option to Exchange One Asset for Another», *The Journal of Finance*, 33, s. 177-186
- Rendleman, R. og Latane, H., 1976: «Standard Deviations of Stock Price Ratios Implied in Option Prices», *The Journal of Finance*, 31:2, s. 369-81